

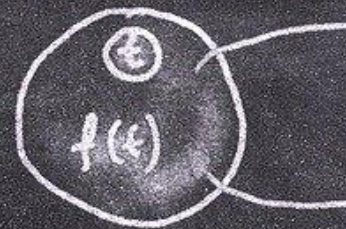


Uniwersytet
Dzieci

Jak powstają twierdzenia matematyczne?

$$f(\omega) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \cos(\omega t) dt$$

$$f(\omega) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \sin(\omega t) dt$$



$$f(t) = \int_0^{\infty} a(\omega) \cdot \cos(\omega t) + b(\omega) \cdot \sin(\omega t)$$

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(t) dt$$

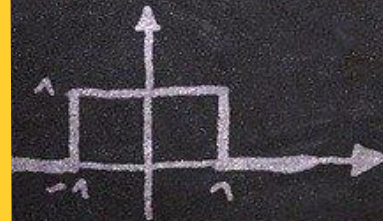
$$c_n = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(t) dt$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt$$

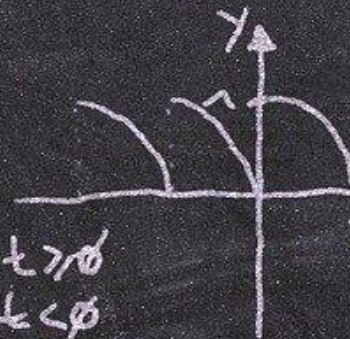
$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cdot \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) dt$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n$$

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \right)$$



$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



$$F[a \cdot f(t) + b \cdot g(t)] = a \cdot \hat{f}(\omega) + b \cdot \hat{g}(\omega), \quad a, b$$

Będziesz potrzebować:

- ✘ kartek formatu A4 - 34 szt.
- ✘ kleju
- ✘ nożyczek
- ✘ ołówków
- ✘ linijki

Wstęp



OBEJRZYJ FILM: Jak powstają matematyczne twierdzenia?

Obejrzyj film z udziałem dra Macieja Kluzy z Muzeum Uniwersytetu Jagiellońskiego. Wykład wprowadzi Cię w tematykę oraz będzie bazą do wykonania aktywności w czasie zajęć.

FILM: <https://youtu.be/O1GlIEWwhu4>

Co zapamiętałeś z filmu?

Jakie kroki są niezbędne w pracy naukowca?

Na czym one polegają?

Jak się nazywają?

Na rozgrzewkę: CZWOROKĄT Z KÓŁ



ZRÓB: Czworokąt z kół

Weź kartkę A4. Wytnij z niej dwa paski o wymiarach 6 x 30 cm i sklej w dwie pętle. Powstałe pętle sklej ze sobą prostopadle. Następnie zastanów się, czy z powstałej figury można zrobić czworokąt. Eksperymentuj!



Czy z pętli można zrobić kwadrat?

- ✘ Czy z pętli można zrobić kwadrat?
- ✘ A z dwóch połączonych pętli?
- ✘ Co się stanie, gdy przetniesz pętlę wzdłuż w połowie jej szerokości?
- ✘ Jaki kształt otrzymasz po rozcięciu wzdłuż (w połowie ich szerokości) obu pętli sklejonych ze sobą?

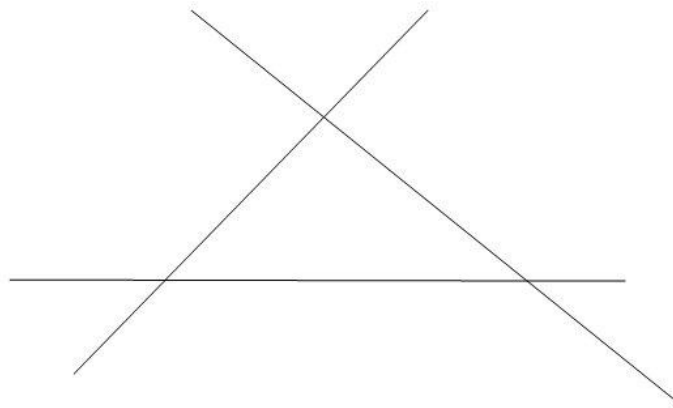


ROZWIĄZANIE: Zobacz film:

<https://drive.google.com/file/d/1J-wNxA-xz8TZIzHejdVNWLnhlutiUOQ/view?usp=sharing>

- Po przecięciu jednej pętli powstaną dwie pętle
- Po przecięciu dwóch sklejonych pętli powstanie czworokąt

Czy wiesz, co to jest **WIELOKĄT**?



WIELOKĄT

Przyjrzyj się rysunkowi. Linia łamana to linia utworzona z ciągu odcinków w taki sposób, że żadne dwa kolejne odcinki nie leżą na jednej prostej, zaś koniec pierwszego odcinka jest początkiem drugiego, koniec drugiego jest początkiem trzeciego itd.

Z połączonych, przecinających się na płaszczyźnie linii powstaje figura płaska, którą nazywamy **wielokątem**.

TRÓJKĄTY

 **POMYŚL:** Jaka jest najmniejsza liczba kątów, aby utworzyć wielokąt?

Aby utworzyć wielokąt, potrzeba trzech kątów i taki wielokąt nazwiemy trójkątem.

Spróbuj teraz wykonać taki trójkąt. Wykonasz go z pojedynczej kartki A4.

Jak zrobić trójkąt z papieru?



OBEJRZYJ FILM I ZRÓB: Jak zrobić trójkąt z papieru?

Ten **FILM** pomoże Ci wykonać trójkąt poprawnie:

<https://drive.google.com/file/d/1uk27VyMRuN9gagzS7CST3MUGrBms5sdz/view?usp=sharing>

1. Weź kartkę A4 i połóż ją pionowo na stole.
2. Zegnij kartkę na pół (lewy bok doginając do prawego). Rozłóż kartkę z powrotem.
3. Chwyć górny prawy róg i przyłóż go do linii biegnącej przez środek kartki (linia wyznaczona została w poprzednim ruchu). Dognij kartkę, tak by powstał jeden z boków trójkąta. Linia zagięcia musi przechodzić dokładnie przez lewy górny narożnik kartki.
4. Chwyć dolny prawy róg i przyłóż do powstałej wcześniej krawędzi trójkąta. Dognij kartkę, tak by powstał drugi bok trójkąta.
5. “Chorągiewkę”, która została dognij wzdłuż ostatniego boku, tak by powstał trójkąt.



PYTANIA I OBSERWACJE: Czy zauważyłeś jakąś specjalną właściwość tego trójkąta?

Przyjrzyj się swojej figurze z papieru. Jak myślisz, czy boki tego trójkąta mają taką samą długość?

To będzie pierwsza hipoteza:

- ✘ **Zbudowany trójkąt jest trójkątem równobocznym** (oznacza to, że wszystkie jego boki są równe).
- ✘ **Sprawdź, czy postawiona hipoteza jest prawdziwa.** W jaki sposób możesz to zrobić?



PYTANIE: Ile takich trójkątów można ułożyć tak, aby stykały się w jednym punkcie (wierzchołku) i nie nakładały na siebie?

Postaw hipotezę i sprawdź ją!

SZEŚCIOKĄTY



ZRÓB: Weź kolejną kartkę i z pomocą filmu wykonaj sześciokąt. Możesz zrobić ich kilka, przydadzą się do kolejnego etapu zadania.



OBEJRZYJ FILM: Jak wykonać sześciokąt?

<https://drive.google.com/file/d/1VK3aah1saVZNHVzdZcDBkO5-b5eh48ck/view?usp=sharing>







SPRAWDŹ: Z pomocą wykonanych sześciokątów, spróbuj potwierdzić lub obalić taką hipotezę:


Płytkami w kształcie identycznych (albo jakby powiedział matematyk - przystających) sześciokątów foremnych można pokryć powierzchnię tak, że nie pozostają żadne dziury.

Jaki jest wynik? Czy hipoteza jest prawdziwa?

Czy widziałeś gdzieś taką strukturę zbudowaną z sześciokątów?

PIĘCIOKĄTY

-  **ZRÓB:** Przed następnym ćwiczeniem weź kolejny arkusz papieru i wytnij trzy paski papieru o wymiarach 3 x 30 cm.
-  **OBEJRZYJ FILM:** Z pierwszego paska sklej wstęgę Möbiusa:
https://drive.google.com/file/d/1gEU34oW_zJDKtkK2Wb_vqQvAtOoN24AT/view?usp=sharing
-  **ZRÓB:** Drugi pasek sklej w zwykłą pętlę.
-  **OBEJRZYJ FILM:** Z trzeciego paska złóż pięciokąt foremny:
<https://drive.google.com/file/d/1Qv5o19G4K8DPDcsg1FoHt0skYjAiCm1J/view?usp=sharing>

 **PYTANIA I OBSERWACJE:** Spróbuj wymyślić swoją hipotezę odnoszącą się do właściwości pięciokąta.

Możesz też sprawdzić taką hipotezę:

Płytkami w kształcie identycznych (albo jakby powiedział matematyk - przystających) pięciokątów foremnych można pokryć powierzchnię tak, że nie pozostają żadne dziury.

 **SPRAWDŹ!** Aby sprawdzić postawioną hipotezę użyj zrobionych przez siebie pięciokątów.

 **WYJAŚNIENIE:** Dlaczego postawiona hipoteza jest błędna?

Kąt przy wierzchołku pięciokąta wynosi 108 stopni. Złożone razem w jednym wierzchołku trzy pięciokąty dają 324 stopnie. Do kąta pełnego brakuje 36 stopni. Hipoteza się nie potwierdziła.

WSTĘGA MÖBIUSA



ZADANIE: Do następnego zadania użyj wykonanych wcześniej pętli.

PYTANIE: Czym różnią się pętle, które wykonałeś?

Jak to sprawdzić?

Najpierw weź ołówek i, rozpoczynając w jednym punkcie, narysuj na obu pętlach kreskę, która będzie szła pośrodku paska. Zakończ rysowanie, gdy dojdiesz do punktu, w którym zacząłeś rysować.

Najpierw rozetnij zwykłą pętlę wzdłuż narysowanej kreski.

A czy wiesz, co powstanie w wyniku przecięcia wstęgi Möbiusa?

Zweryfikuj hipotezę: W wyniku rozcięcia wstęgi Möbiusa powstanie jedna pętla.



DOWIEDZ SIĘ WIĘCEJ: Właściwości wstęgi Möbiusa.

Prostokątny pasek skręcony o 180 stopni, a następnie skleiony końcami nazywany jest wstęgą Möbiusa. Jej najbardziej charakterystyczną cechą jest fakt, że ma tylko “jedną stronę”. Wstęga ta została opisana niezależnie przez Augusta Möbiusa (1790-1868) i Johanna Benedicta Listinga (1808-88).

Wstęga Möbiusa znajduje praktyczne zastosowanie np. w pasach transmisyjnych lub taśmach do drukarek. Dzięki jej właściwościom, jej powierzchnia zużywa się jednakowo po obu stronach.

Czy można wyciąć w kartce dziurę tak dużą, by przez nią przejść?



ZABAWA: Postaw hipotezę. Masz dwie do wyboru:

- ✘ Można wyciąć w kartce dziurę w taki sposób, żeby przez nią przejść.
- ✘ Nie można wyciąć w kartce dziury w taki sposób, żeby przez nią przejść.



Jak to sprawdzić?



1. Zegnij kartkę (np. A4) na pół wzdłuż krótszego boku. Miejsce zagięcia tworzy grzbiet kartki



2. Rozpocznij nacinanie kartki. Pierwsze cięcie zrób równoległe do krótszej krawędzi, w odległości ok. 1,5 cm od niej, zaczynając od strony grzbietu. Cięcie powinno skończyć się ok. 2 cm od krawędzi leżącej naprzeciwko grzbietu.

3. Kolejne cięcia prowadź równoległe do pierwszego, na zmianę od strony przeciwnej do grzbietu i od strony grzbietu. Ważne, aby ostatnie cięcie zaczynało się od strony grzbietu. Później przecinaj kartkę wzdłuż zagięcia grzbietu pomijając pierwszy i ostatni pasek (pogrubiona linia na rysunku).

4. Po rozłożeniu otrzymasz otwór, przez który można swobodnie przejść!



Podsumowanie



ZASTANÓW SIĘ: Spróbuj podsumować swoje działania i odpowiedz na pytania:

Na czym polega myślenie naukowe?
Czy można je zastosować w codziennym życiu?

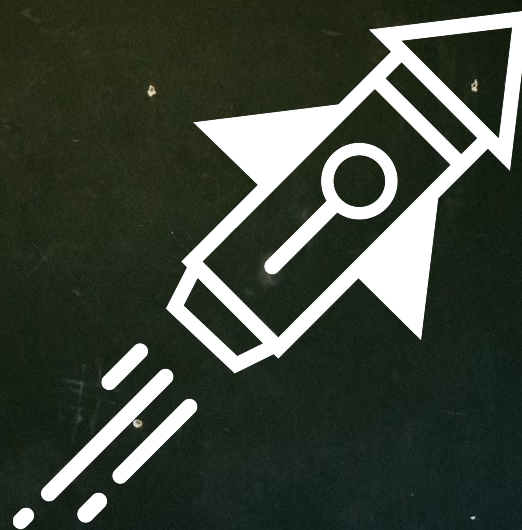


EKSPERYMENTUJ DALEJ! Hipotezy możesz stawiać i sprawdzać kiedy tylko coś Cię zaciekaWi:

Weź jedną stronę z gazety. Jak myślisz, ile razy możesz ją złożyć na pół? Wykonaj eksperyment, aby sprawdzić swoją hipotezę.

Dziękujemy!

www.uniwersytetdzieci.pl



facebook.com/UniwersytetDzieci



@fundacjauniwersytetdzieci



@unwrdzieci